

ИНТЕРАКЦИЈЕ КОНСТРУКЦИЈЕ И ТЛА ЗА МОДЕЛ ПРЕКОНСОЛИДОВАНЕ ГЛИНЕ

Жељко Бајић¹
Петар Сантрач²

УДК: 624.131.5 : 519.673

DOI:10.14415/zbornikGFS26.09

Резиме: Рад приказује прорачун нелинеарне интеракције конструкције и тла. Тло је апроксимирано нелинеарним моделом преконсолидоване глине, док је конструкција линеарно еластична. Дебљина слоја глине је релативно мала у односу на димензије темељног носача, тако да се напонско-деформацијска веза у тлу може описати параметрима из едометарског опита. У математичком смислу, интеракција је сведена на систем нелинеарних алгебарских једначина по померањима. Једначине су приказане у матричном облику, а за решавање је примењена метода директне замене-супституције, која је уз реалне материјалне параметре увек конвергентна.

Кључне речи: Интеракција, темељни носач, преконсолидована глина

1. УВОД

Решења проблема интеракције између деформабилних тела имају врло широку примену у многим инжењерским дисциплинама, међутим она се по правилу могу добити применом врло сложених нумеричких метода. У проблеме интеракције спадају прорачуни конструкције у тлу или на тлу као што су нпр. плитки темељи, дубоки темељи, потпорне конструкције, подземне конструкције, тунелске облоге, прорачун композитних материјала и ламината, прорачун пловећих структура и сл.

Најједноставнији проблеми интеракције претстављају међусобна дејства линеарно еластичних тела или линеарно еластичних и идеално крутих тела. Када су проблеми врло једноставни, решење је могуће добити аналитички. Међутим код практичних проблема који су углавном сложени, чак и када је у питању најпростији линеарно еластични модел, решење се може добити само нумеричким методама.

Механичке особине тла су врло сложене и решење проблема интеракција захтева упрошћења којим се реална конструкција и тло апроксимира рачунским моделом. Правило упрошћења је да се занемаре само оне особине материјала (конструкције

¹ Мр. Жељко Бајић, дипл.инж.грађ., Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет у Суботици, Козарачка 2а, Суботица, Србија, тел: +381 24 554 300, е-mail: bajic@gf.uns.ac.rs

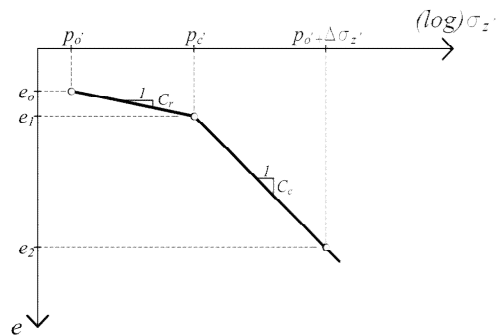
² Проф. др Петар Сантрач, дипл.инж.грађ., Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет у Суботици, Козарачка 2а, Суботица, Србија, тел: +381 24 554 300, е-mail: santrac@gf.uns.ac.rs

и тла) које врло мало или мало утичу на резултате прорачуна. Сложенији модели материјала, ако се правилно примене дају реалније резултате на основу којих је могуће рационално и економично пројектовати и градити. У геомеханици постоји велик број решења који апроксимирају тло, као нпр. модел еластичних опруга или модел линеарно-еластичног континуума. Ова решења су једноставна али некада због грубе идеализације могу дати нереалне и/или погрешне резултате. Због тога, сваки модел који апроксимира стварно физичко стање, као и резултат проистекао из тог модела треба увек критички прихватити. Комерцијални софтвери за прорачун конструкција, омогућавају да се тло моделира као систем независних еластичних опруга или линеарно еластични хомогени континуум. За разлику од поједностављених модела, реално тло је нелинеарно, нехомогено и анизотропно. Насупрот врло идеализованим моделима, сваки стандардни геомеханички елаборат садржи реалније параметре тла, који укључују параметре нелинеарности из едометарског опита, који се користе за прорачун слегања темеља.

У овом раду је приказана методологија којом се може вршити прорачун интеракције конструкције ослоњене на модел тла који је заснован на нелинеарним параметрима деформабилности добијеним на основу едометарског опита. Осим нелинеарности тла, приказани модел може обухватити и ефекте услојености и напонске историје у тлу. Пошто је проблем нелинеаран, прорачун се врши итеративно, методом директне замене. Ова метода је за дат проблем показала врло добру конвергенцију за различите прорачунске шеме.

2. ОПИС НЕЛИНЕАРНОГ МОДЕЛА ТЛА

У рутинској пракси, прорачун слегања се врши по методи једно-димензионалне деформације, са параметрима деформабилности из едометарског опита. Нелинеарни модел има 5 параметара, и то 2 материјална параметра (C_c , C_r), 2 параметра почетног стања (p_0' , e_0) и параметар напонске историје (p_c').



Слика 1. Модел преконсолидоване глине

Метода полази од претпоставке да су бочне деформације једнаке нули (edomетарска претпоставка) што је теоријски оправдано за случај да су димензија оптерећене површине знатно веће од дебљине стишљивог слоја.

За темељ малих димензија на слоју велике дебљине, и за јако преконсолидована тла, треба извршити корекцију слегања по едометарској претпоставци. У ту сврху постоје разне полуемпиријске методе. За рутински прорачун слегања темеља на слоју глине гласи:

$$s = \int_0^H \left(\frac{C_r}{1+e_0} \log \frac{p'_0 + \Delta\sigma'_z}{p'_c} \right) \cdot dz \quad , \quad p'_0 + \Delta\sigma'_z \leq p'_c \quad (1a)$$

$$s = \int_0^H \left(\frac{C_c}{1+e_0} \log \frac{p'_c}{p'_0} + \frac{C_r}{1+e_0} \log \frac{p'_0 + \Delta\sigma'_z}{p'_c} \right) \cdot dz \quad , \quad p'_0 + \Delta\sigma'_z > p'_c \quad (1b)$$

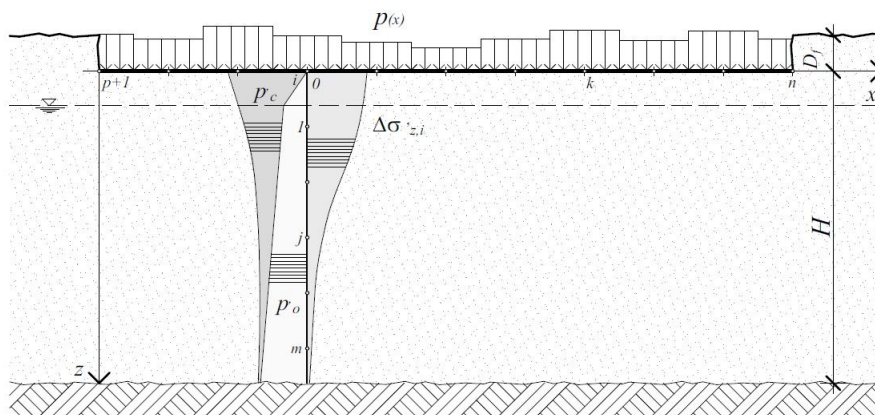
Једначина даје укупно слегање нормално консолидоване (1a) и преконсолидоване глине (1b) услед иницијалне компресије и примарне консолидације. Геометријско значење параметара деформабилности је илустровано на дијаграму на слици (1).

3. СЛЕГАЊЕ ТЛА ИСПОД ТЕМЕЉНОГ НОСАЧА

Решење проблема интеракције конструкције и тла, захтева да се задовоље једначине равнотеже, услови компатибилности померања на контакту конструкције и тла и конститутивна једначина (1) између вертикалних напона и деформација у тлу. Услед истовременог дејства свих контактних напона $p(k,t)$ у чворним тачкама $k=p+1, \dots, n$ дуж темељног носача или краће вектора $\mathbf{p}(t)$, у итерацији $t=0, \dots, T$ укупан вертикални напон $\Delta\sigma'_z(i,j,t)$ на дубини $j=0, \dots, m$ на вертикали кроз тачку i , износи:

$$\Delta\sigma'_z(i,j,t) = \sum_{k=p+1}^n p(k,t) \cdot I_\sigma(i,j,k) \quad (2)$$

Величина $I_\sigma(i,j,k)$ у једначини (2) је утицајни коефицијент вертикалног напона у тачки- j на вертикали кроз тачку- i услед оптерећења у тачки- k . Коефицијент I_σ је дат у аналитичком облику, интеграцијом Boussinesq-ове једначине за вертикални напон у линеарно еластичном континууму, услед вертикалне силе.



Слика 2. Геометријско значење укупног вертикалног напона $\Delta\sigma'_z(i,j,t)$

Након смене једначине (2) у (1), укупно слегање тла $s(i,t)$ у тачки- i темељне спојнице у t -тој итерацији, услед контактних напона $\mathbf{p}(t)$ дуж темељне спојнице гласи:

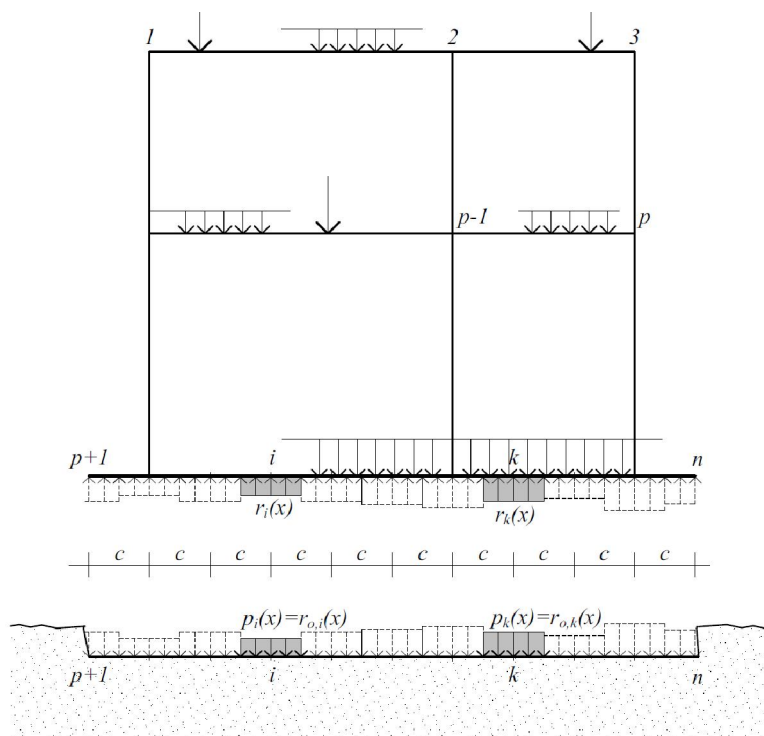
$$s(i,t) = \sum_{j=0}^m \left[C_r \log \frac{1}{p'_c(j)} \left(p'_0(j) + \sum_{k=p+1}^n p(k,t) \cdot I_o(i,j,k) \right) \right] \frac{\Delta z_j}{1+e_0} \quad (3a)$$

$$s(i,t) = \sum_{j=0}^m \left[C_c \log \frac{p'_c(j)}{p'_0(j)} + C_r \log \frac{1}{p'_c(j)} \left(p'_0(j) + \sum_{k=p+1}^n p(k,t) \cdot I_o(i,j,k) \right) \right] \frac{\Delta z_j}{1+e_0} \quad (3b)$$

Слегање свих чворних тачака $\mathbf{s}(t)$ темељне спојнице у t -тој итерацији, може се изразити преко контактнoг напона $\mathbf{p}(t)$ и матрице крутости тла $\mathbf{K}_t(t)$, једначином:

$$k(i,t) = \frac{p(i,t)}{s(i,t)}, \quad i = p+1, \dots, n \quad K_t(i,i,t) = k(i,t), \quad K_t(i,j,t) = 0 \quad (4)$$

Вандијагонални чланови матрице $\mathbf{K}_t(t)$ су једнаки 0, а дијагонални чланови су $k(i,t)$, где је $k(i,t)$ повратно одређен модул реакције тла у тачки i , у итерацији t , на основу слегања $s(i,t)$ и контактнoг напона $p(i,t)$.



Слика 3. Означавање чворних тачака, оптерећења и контактнoг напона

На слици (3) је приказан модел конструкције уз ознаке чворова (1,...,p), оптерећење конструкције и темеља, ознаке чворова темеља (p+1,...,n) и контактни напон у темељној спојници.

4. СЛЕГАЊЕ ТЕМЕЉНОГ НОСАЧА

На основу услова компатибилности померања тла и темеља, може се израчунати слегање темељног носача $\mathbf{q}_0(t+1)$ у итерацији $t+1$, у функцији оптерећења, крутости конструкције и крутости тла $\mathbf{K}_t(t)$ из претходне t -те итерације, према изразу:

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}_{00} - \mathbf{K}_{0s} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{s0} + \mathbf{K}_t(t), \quad \mathbf{S} = \mathbf{S}_0 - \mathbf{K}_{0s} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{S}_s \quad (5a)$$

$$\mathbf{q}_0(t+1) = \mathbf{K}^{-1}(t) \cdot \mathbf{S} \quad (5b)$$

Матрица $\mathbf{K}(t)$ је укупна крутост конструкције и тла а \mathbf{S} је вектор укупног оптерећења чворних тачака конструкције и темељног носача. Субматрице \mathbf{K}_{ss} и \mathbf{K}_{0s} повезују померања и силе \mathbf{S}_s чворних тачака конструкције, а субматрице \mathbf{K}_{00} и \mathbf{K}_{s0} повезују померања \mathbf{q}_0 и силе \mathbf{S}_0 чворних тачака темељног носача. Субматрице и силе које зависе од оптерећења конструкције и темељног носача не зависе од померања, па су константне током итерације.

5. ПОСТУПАК РЕШАВАЊА ЈЕДНАЧИНЕ ИНТЕРАКЦИЈЕ

Једначина (5б) је материјално нелинеарна због нелинеарне везе између напона и деформација у тлу. За решавање једначине је примењена метода директне замене. У почетној итерацији $t=0$, прво треба према једначини (3) одредити вектор слегања тла $\mathbf{s}(0)$, услед неког врло малог једнако подељеног оптерећења, нпр. $p(0)=0.10$ кПа.

$$s(i,0) = \sum_{j=0}^m \left[C_c \log \frac{p'_c(j)}{p'_0(j)} + C_r \log \frac{1}{p'_c(j)} \left(p'_0(j) + \sum_{k=p+1}^n 0.10 \cdot I_\sigma(i, j, k) \right) \right] \frac{\Delta z_j}{1 + e_0}$$

$$s(i,0) = \sum_{j=0}^m \left[C_r \log \frac{1}{p'_c(j)} \left(p'_0(j) + \sum_{k=p+1}^n 0.10 \cdot I_\sigma(i, j, k) \right) \right] \frac{\Delta z_j}{1 + e_0}$$

Затим се према једначини (4), одређује матрица крутости тла $\mathbf{K}_t(0)$ у итерацији-0. Дијагонални чланови матрице су количник оптерећења $p(i,0)=0.10$ и одговарајућег слегања тла $s(i,0)$, док су вандијагонални чланови једнаки 0.

$$t = 0, \quad k(i,0) = \frac{p(i,0)}{s(i,0)}, \quad i = p + 1, \dots, n \quad K_t(i, i, 0) = k(i,0), \quad K_t(i, j, 0) = 0$$

Матрица крутости система у итерацији-0 се одређује на основу матрице крутости конструкције и темеља који су независни од итерације, и матрице крутости тла у $\mathbf{K}_t(0)$ у 0-тој итерацији, према једначини (5a).

$$t = 0, \quad \mathbf{K}(0) = \mathbf{K}_{00} + \mathbf{K}_{0s} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{s0} + \mathbf{K}_t(0)$$

У итерацији $t=1$, вектор слегања темељног носача се одређује према једначини (5б):

$$t = 1, \quad \mathbf{q}_0(1) = \mathbf{K}^{-1}(0) \cdot \mathbf{S}$$

Да би се израчунао контактни напон $\mathbf{p}(1)$ на тло у итерацији-1 прво треба израчунати вектор реактивних сила $\mathbf{R}_0(1)$, на темељни носач, према једначини:

$$t = 1, \quad \mathbf{R}_0(1) = \mathbf{S} - (\mathbf{K}_{00} + \mathbf{K}_{0s} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{s0}) \cdot \mathbf{q}(1), \quad \mathbf{p}(1) = \frac{1}{c} \mathbf{R}_0(1) \quad (6)$$

На основу добијеног вектора оптерећења тла у итерацији-1 $\mathbf{p}(1)$, одређују се вектор слегања $\mathbf{s}(1)$ а затим матрица крутости тла $\mathbf{K}_t(1)$ и матрица крутости система $\mathbf{K}(1)$. Након тога се прелази на итерацију-2, итерацију-3, итд. Итеративни прорачун се наставља све док релативна разлика норме вектора слегања (7) у две узастопне итерације не буде довољно мала, нпр. $\delta=1\%$.

$$\frac{\|\Delta \mathbf{q}_0(t)\|}{\|\mathbf{q}_0(t-1)\|} = \frac{\sqrt{\Delta \mathbf{q}_0^T(t) \cdot \Delta \mathbf{q}_0(t)}}{\sqrt{\mathbf{q}_0^T(t-1) \cdot \mathbf{q}_0(t-1)}} \leq \delta, \quad \Delta \mathbf{q}_0(t) = \mathbf{q}_0(t) - \mathbf{q}_0(t-1) \quad (7)$$

6. ЗАКЉУЧАК

За прорачун интеракције конструкција-тло помоћу стандардних софтверских пакета тло се готово по правилу замењује системом линеарно-еластичних опруга (тзв. Винклер-ов модел). Параметар крутости оваквог модела је модул реакције тла (или коефицијент постелице). Пошто модул реакције није фундаментална физичка карактеристика тла, углавном се одређује методом корелације са димензијама и обликом темеља и недренираном кохезијом за глине или релативне збијености и влажности за песак, или на основу корелације са модулом еластичности тла. У раду је приказан итеративни поступак прорачуна, заснован на дијагонализацији пуне матрице крутости тла која је одређена прорачуном слегања тла на основу почетног напонског стања у нехомогеном тлу, напонске историје и параметара стишљивости на основу едометарског опита. Приказани поступак је за разлику од Винклер-овог модела сложенији и захтевнији за прорачун али је заснован на реалним особинама тла који су дефинисани у сваком стандардном геомеханичком елаборату.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бајић Ж., Анализа ефеката интеракције конструкција – тло на понашање линијских конструкција зграда, Магистарски рад, Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, **2014**.
- [2] Bowles, J. Foundation analysis and design. McGraw-Hill, New York, **1977**.
- [3] Ђого, М. Прилог теорији прорачуна темеља коначне крутости у вишеслојном систему. Докторска дисертација, Нови Сад, **1996**.
- [4] Илић Б., Сантрач П., Илић М., Прорачун темељне греде на косо услојеном тлу, Зборник радова Грађевинског факултета у Суботици, бр. 11, стр. 87-96, **1998**.

- [5] Сантрач П., Прорачун греде на нелинеарној подлози, Југословенски часопис за инжењерско моделирање, Грађевински институт Загреб, В.2, бр.3-4, стр. 115-118, **1989**.
- [6] Секуловић, М. Теорија линијских носача, Грађевинска књига, Београд, **2004**.
- [7] Верић, Ф., Павлетић, К., Перић, Д. Прилог теорији јединственог прорачуна горње оквирне конструкције с темељним носачем на хоризонтално услојеном тлу. Саопштења са ХВ саветовања Ј.Д. за механику тла и фундарање, Охрид, **1981**.

SOIL STRUCTURE INTERACTION FOR OVERCONSOLIDATED CLAY MODEL

***Summary:** This paper present the method of soil structure interaction, where the model of the soil is based on deformation parameters from oedometer test. The interaction equations is nonlinear and the method of direct substion is used to obtain the solution.*

***Keywords:** Interaction, mat foundation, overconsolidated clay*