

ПАРАМЕТАР СТАЊА ЗА ОПИС НАПОНСКО-ДЕФОРМАЦИЈСКОГ ПОНАШАЊА ТЛА

Сања Јоцковић¹

Мирјана Вукићевић²

УДК: 624.131.534

DOI:10.14415/konferencijaGFS 2016.059

Резиме: У раду је представљен концепт параметра стања у конститутивном моделирању тла у оквиру теорије критичног стања. Показано је да је параметар стања који представља разлику тренутног коефицијента порозности и коефицијента порозности на линији критичног стања при истој вредности средњег нормалног напона, ефективан параметар за описивање напонско-деформацијског понашања тла. Конститутивни модели који користе параметар стања као унутрашњу променљиву су једноставни и могу описати детаље у напонско-деформацијском одговору тла. Такође, параметар стања је прикладнији параметар за представљање стања песка *in-situ* него релативна збијеност.

Кључне речи: Тло, параметар стања, конститутивни модел, критично стање

1. УВОД

Тло је материјал са најкомплекснијим напонско-деформацијским релацијама [1]. Промена запремине током смицања разликује тло од других инжењерских материјала. Растресита и нормално консолидована тла смањују запремину током смицања, док се код добро збијених и преконсолидованих тла уочава повећање запремине. Тендиција тла да мења запремину током смицања назива се дилатанција и представља фундаментални аспект понашања тла који се мора адекватно описати конститутивним релацијама.

Широк оквир за описивање напонско-деформацијских релација за тло пружа концепт критичног стања. Настао је педесетих година прошлог века на Универзитету у Кембриџу [2, 3]. Стање тла се описује у тродимензионалном p - q - e простору, где је p средњи нормални напон $p=(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3$, q смичући напон и e коефицијент порозности тла. Критично стање тла представља стање савршене пластичности, при коме се пластичне деформације смицања одвијају без промене ефективних напона и без промене запремине. Овај приступ се веома успешно користио за описивање понашања меких глина, али се уз извесне модификације

¹ Сања Јоцковић, дипл. грађ. инж., Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд, Србија, тел: ++381 11 3218 568, е – mail: borovina@grf.bg.ac.rs

² Доц. др Мирјана Вукићевић, дипл. грађ. инж., Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд, Србија, тел: ++381 11 3218 569, е – mail: mirav@grf.bg.ac.rs

може користити за формулисање комплексних конститутивних модела који би реалније описивали многе елементе понашања свих врста тла при различитим стањима и условима оптерећивања.

Иако поједини модели добро описују напонско-деформацијско понашање тла, основни недостатак је укључивање великог броја конститутивних константи које немају јасно физичко значање. Из тог разлога се тежи да се унапређење конститутивног модела врши кроз адекватно дефинисање параметара који комбинују утицај одређених величина. Један од таквих параметара, који се још увек не користи довољно у конститутивном моделирању, је параметар стања [4] који комбинује утицај нормалних напона и збијености. Параметар стања је најчешће укључен у конститутивне релације крупнозрног тла (песка): *Nor-Sand* модел [5, 6], *Severn-Trent sand* модел [7], модел који су развили Li & Dafalias [8], али се може користити и у конститутивним релацијама преконсолидованих глина као што је модел CASM – *Clay And Sand Model* [9].

2. ПАРАМЕТАР СТАЊА

Стање крупнозрних материјала се најчешће представља запреминском тежином и релативном збијеношћу. Међутим, наведени показатељи нису довољни да опишу механичко понашање грануларних крупнозрних материјала. Величина средњег нормалног напона утиче на понашање тла тако да се крупнозрни материјал за дати коефицијент порозности при великој вредности средњег нормалног напона понаша као растресит, док се за мање вредности средњег нормалног напона тај исти материјал понаша као збијен. Поред коефицијента порозности за карактеризацију крупнозрног тла неопходна је и величина средњег нормалног напона. Уместо коефицијента порозности предложено је коришћење параметра стања као фундаменталне променљиве. Концепт параметра стања први су представили Been & Jefferies [4] за описивање понашања песка. Параметар стања Ψ представља разлику између тренутне специфичне запремине v (или коефицијента порозности e) и специфичне запремине v_c (или коефицијента порозности e_c) на линији референтног стања при истом средњем ефективном напону, AC и BC на слици 1a. Овакав концепт подразумева да постоји референтно стање (*steady state condition*) које треба да има јединствену структуру. За конститутивне моделе дефинисане у оквиру теорије критичног стања, референтно стање је управо критично стање, када се смичуће деформације развијају без промене запремине и ефективног напона. Такође, мора бити испуњен услов да је линија критичног стања (CSL) у $v-p$ равни јединствена.

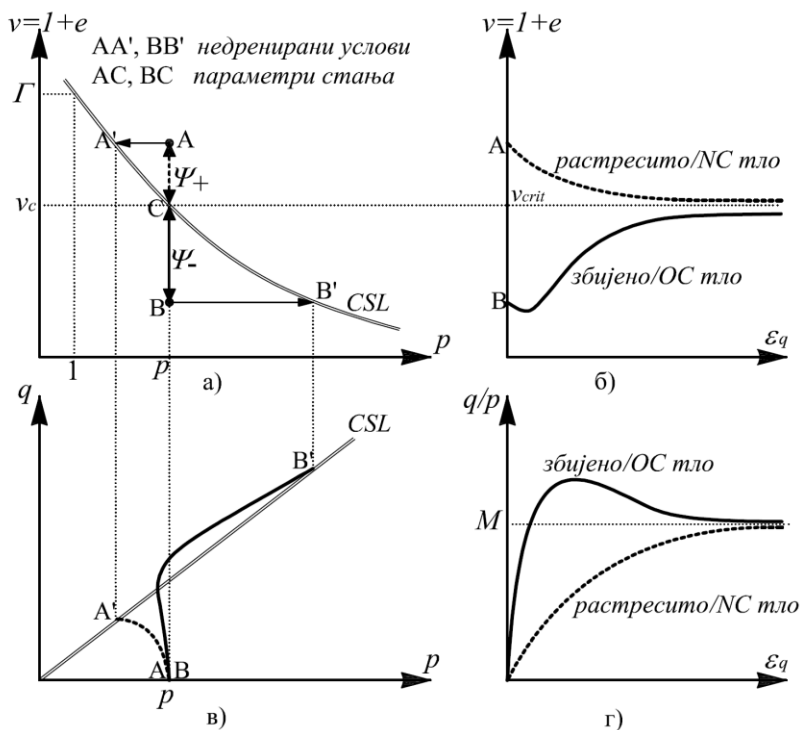
Тако се параметар стања може изразити као:

$$\Psi = v - v_c \quad (1)$$

Ако се положај линије критичног стања у компресионој равни, слика 1a, може дефинисати параметром Γ који представља специфичну запремину за вредност средњег нормалног напона $p = 1kPa$, тада се параметар стања може изразити и као:

$$\Psi = v + \lambda \ln p - \Gamma \quad (2)$$

где је λ нагиб линије критичног стања у $v-\ln p$ равни. За иницијалну вредност параметра стања већу од нуле, карактеристичну за растресита и нормално консолидована тла, тачка А на слици 1а, запремина тла се смањује (контракција) све до достизања критичног стања, слика 1б. Долази до пластичног смичућег лома без појаве вршне вредности, слика 1г. Ако је иницијална вредност параметра стања мања од нуле, као што је случај са збијеним и преконсолидованим тлом, тачка В на слици 1а, тло ће након почетне компресије тежити да повећава запремину, слика 1б. Тло испољава крто пластични лом који подразумева повећање смичућег напона до максималне величине (вршна смичућа чврстоћа), а затим опадање смичућег напона (омекшање) при даљем деформисању до константне величине, слика 1г. У недренираним условима карактеристичне путање ефективних напона приказане су на слици 1в.



Слика 1. а) Параметар стања б) Промена специфичне запремине тла в) Путање ефективних напона у недренираним условима г) Напонско-деформацијске криве

Експериментално је показано [10, 11, 12] да ће узорци збијеног песка и глине са сличном вредношћу параметра стања испољавати слично понашање под опетерећењем без обзира на напонско-деформацијску историју.

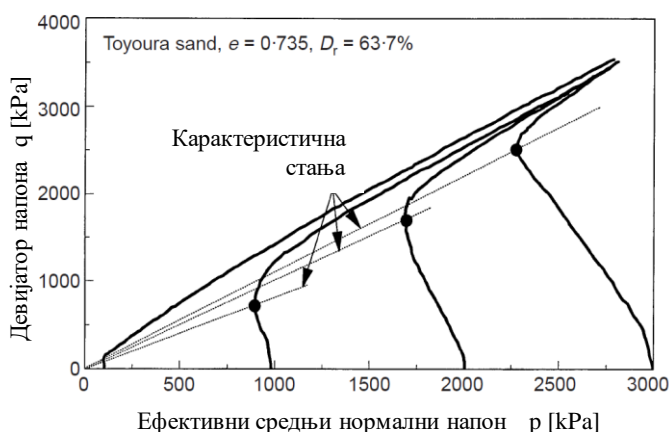
2.1 Параметар стања и дилатанција

Генерални оквир у коме се формирају еласто-пластични модели подразумева дефинисање површи течења која ограничава напонско подручје у коме се материјал понаша еластично и дефинисање површи пластичног потенцијала која контролише механизам пластичног деформисања када се напонска тачка налази на површи течења. Механизам пластичног деформисања (закон течења) се описује односом прираштаја пластичних запреминских и прираштаја пластичних смичућих деформација $d\varepsilon^p/d\varepsilon_q^p$ и вектор прираштаја пластичних деформација је увек управан на површ пластичног потенцијала. Овај однос представља градијент промене запремине материјала и назива се дилатанција материјала. Намеће се закључак да је у напонско-деформацијском моделовању тла један од фундаменталних захтева адекватно описивање дилатанције d .

У великом броју конститутивних модела критичног стања дилатанција је функција само напонског односа $\eta=q/p$ (*stress-dilatancy relation*), тако да се закон течења може изразити као:

$$d = d(\eta, C) \quad (3)$$

где C представља сет конститутивних константи. За ситнозрна тла (глине и прашине) d је функција удаљења тренутног напонског односа η од напонског односа при критичном стању $\eta=M$ (где је M конститутивна константа) и у доброј мери се слаже експерименталним резултатима. За $\eta < M$ долази до компресије, односно за $\eta > M$ долази до експанзије тла. Експериментална истраживања спроведена на песку нису у складу са претходним тврдњама. Утврђено је да се код збијеног песка промена понашања из контракције у експанзију дешава пре него што напонски однос η достигне величину M . Прелаз из контракције у експанзију је означен као карактеристично стање (*phase transformation*). За збијене узорке при мањим вредностима нормалних напона карактеристично стање је више удаљено од линије критичног стања, слика 2.



Слика 2. Карактеристична стања песка, Verdugo & Ishihara 1996 [13]

У складу са уоченим понашањем песка, Manzari & Dafalias [14] и Li & Dafalias [8] наводе да је за комплетан опис дилатанције у закон течења потребно уврстити и параметар стања Ψ , односно:

$$d = d(\eta, \Psi, C) \quad (4)$$

Предложен је закон течења у следећем облику (*state dependent dilatancy*):

$$d = \frac{d_0}{M} (M_f - \eta) \quad (5)$$

где је d_0 позитивна константа, а параметар M_f функција параметра стања:

$$M_f = M + m\Psi \quad \text{Manzari \& Dafalias (1997)} \quad (6)$$

$$M_f = M \exp(m\Psi) \quad \text{Li \& Dafalias (2000)} \quad (7)$$

У изразима (6) и (7) m је позитивна константа. Када је достигнуто критично стање важи да је $\Psi=0$, $M_f=M$ и $d=0$. И у овом случају је дилатанција функција удаљења тренутног напонског односа η од референтног напонског односа, али се референтни напонски однос мења у зависности од величине параметра стања.

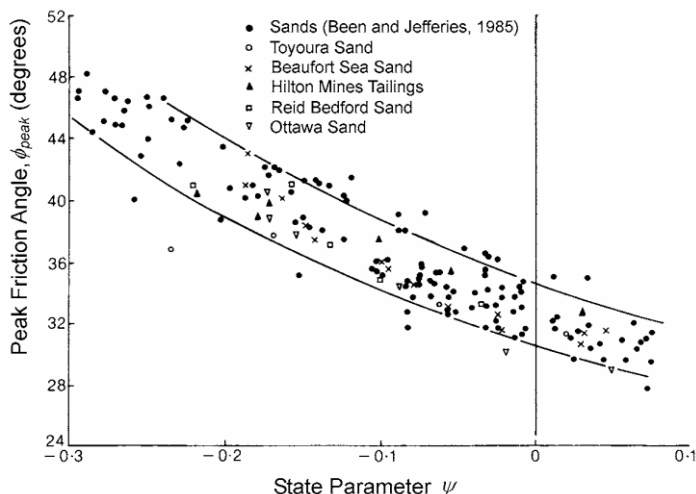
2.2 Параметар стања и смичућа чврстоћа

На основу великог броја триаксијалних тестова на песку Been & Jefferies [4] су успоставили везу између иницијалног параметра стања и максималне вредности дилатанције (када је достигнута вршна чврстоћа), у следећем облику:

$$d_{max} = -\chi \cdot \Psi_0 \quad (8)$$

односно, максимална дилатанција је линеарна функција иницијалног параметра стања, где се параметар χ креће у границама 3-5. Испитивања су спроведена и на преконсолидованој глини [15] и утврђено је да се може успоставити слична зависност, где се параметар χ креће у границама 3.5-4.5. Поред дилатанције, Been & Jefferies [4] су приказали зависност вршног угла смичуће чврстоће за ефективне напоне (за различите пескове) од иницијалног параметра стања, слика 3.

Сви резултати су груписани у релативно уском подручју и за познату вредност иницијалног параметра стања песка може се проценити вредност вршног угла смичуће чврстоће са тачношћу од $\pm 2.5^\circ$. Док је овакав тип корелације веома користан, примена у пракси је ограничена осим ако је могуће одредити параметар стања песка *in-situ*.



Слика 3. Веза између иницијалног параметра стања и вршиног угла смичуће чврстоће за ефективне напоне, Been & Jefferies 1985 [4]

2.3 Параметар стања *in-situ*

Параметар стања се може проценити користећи резултате СРТ опита. На основу теорије критичног стања, врло детаљан опис одређивања параметра стања из резултата СРТ опита представили су Jefferies & Been [16]. Проблем је комплексан и захтева одређивање *in-situ* хоризонталних ефективних напона, модула смицања, као и одређивање смичуће чврстоће, деформабилности и параметара пластичног ојачања у лабораторијским условима. На основу резултата датих у [16, 17, 18] који се односе на песковите материјале и на основу везе између степена преконсолидације и параметра стања Ψ за ситнозрна тла, Robertson [19] је представио контуре параметра стања на дијаграму зависности нормализованог отпора конуса Q_m и нормализованог фриксионог коефицијента F_r

$$Q_m = [(q_t - \sigma_{v0}) / p_a] (p_a / \sigma'_{v0})^n \quad (9)$$

$$F_r = [f_s / (q_t - \sigma_{v0})] 100\% \quad (10)$$

где су:

q_t – отпор врха статичког пенетрометра

$\sigma_{v0}, \sigma'_{v0}$ – *in-situ* тотални и ефективни вертикални напони

p_a – атмосферски притисак у истим јединицама као q_t и σ_{v0}

f_s – бочно трење

n – напонски експонент чија вредност зависи од типа тла (*SBT*) $n \leq 1$



Слика 4. SBTn дијаграм са контурама параметра стања, Robertson 2009 [19]

Познато је да се резултати СРТ опита не могу користити за тачну идентификацију типа тла базирану на физичким карактеристикама (гранулометријски састав, Атербергове границе конзистенције), већ дају информацију о механичким карактеристикама тла – чврстоћи и деформабилности тла. Тако су контуре параметра стања дате на класификационом SBTn дијаграму за одређивање типа понашања тла – *Soil Behaviour Type normalized chart (SBTn chart)* [19] који је подељен на 9 зона према типу понашања тла, слика 4. Дијаграм је апроксимативног карактера и служи за прелиминарну процену могућег понашања тла.

2.4 Примена параметра стања у моделирању преконсолидованих глина

У напонско-деформацијском моделовању глина, стање тла се представља степеном преконсолидације. Како се за конститутивне моделе критичног стања [2, 3] може успоставити директна веза између параметра стања и степена преконсолидације [5], закључује се да параметар стања у конститутивним релацијама крупнозрног тла има исту улогу као степен преконсолидације у конститутивном моделирању глина. Узимајући у обзир аналогију између понашања збијених грануларних материјала и понашања преконсолидоване глине, параметар стања који даје информацију о збијености и величини напона представља адекватан параметар за описивање дилатанције и смичуће чврстоће преконсолидованих глина при различитим условима оптерећивања.

3. ЗАКЉУЧАК

За описивање механичког понашања тла је поред показатеља збијености неопходна и величина средњег нормалног напона. Параметар стања који

комбинује утицај нормалних напона и збијености дефинисан у оквиру теорије критичног стања је ефективан параметар у конститутивним релацијама тла и то при описивању дилатанције и смичуће чврстоће. Иако је концепт параметра стања пре свега развијен за описивање понашања песка, може се успешно користити и у конститутивним релацијама ситнозрног тла. Експериментално је утврђено да постоји линеарна веза између иницијалног параметра стања и максималне вредности дилатанције за песак и преконсолидовану глину. Такође је, за песак, успостављена зависност вршног угла смичуће чврстоће за ефективне напоне од иницијалног параметра стања. Параметар стања се може проценити и на основу резултата СРТ опита и на тај начин добити информација о могућем понашању тла.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Puzrin A. M.: *Constitutive Modelling in Geomechanics*, Springer, **2012**.
- [2] Roscoe K.H., Schofield A.N. and Wroth C.P.: On the yielding of soils. *Geotechnique*, **1958.**, 8, 22-53.
- [3] Schofield A. N. & Wroth C. P.: *Critical state soil mechanics*, McGraw-Hill, London, **1968**.
- [4] Been K. & Jefferies M. G.: A state parameter for sands, *Geotechnique*, **1985.**, 35(2), 99-112.
- [5] Jefferies M.G.: Nor-Sand: a simple critical state model for sand, *Geotechnique*, **1993.**, 43(1), 91-103.
- [6] Jefferies M. G. & Shuttle D. A.: Dilatancy in General Cambridge-Type Models, *Geotechnique*, **2002.**, 52(9), 625-638.
- [7] Gajo A. & Muir Wood D.: Severn-Trent sand: a kinematic-hardening model for sands: the q-p formulation, *Geotechnique*, **1999.**, 49(5), 595-614.
- [8] Li X. S. & Dafalias Y. F.: Dilatancy for cohesionless soils, *Geotechnique*, **2000.**, 50(4), 449-460.
- [9] Yu H. S.: CASM: A unified state parameter model for clay and sand, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, **1998.**, 22(8), 621-653.
- [10] Roscoe K. H. & Poorooshasb H. B.: A theoretical and experimental study of strains in triaxial tests on normally consolidated clays, *Geotechnique*, **1963.**, 13(1), 12-38.
- [11] Cole E.R.L.: The behaviour of soils in a simple shear apparatus, PhD thesis, Department of Engineering, University of Cambridge, England, **1967**.
- [12] Stroud M.A.: The behaviour of sand at low stress levels in the simple-shear apparatus, PhD thesis, University of Cambridge, **1971**.
- [13] Verdugo R. & Ishihara K.: The steady state of sandy soils, *Soils and Foundations*, **1996.**, Vol. 36, No. 2, pp :81-91.
- [14] Manzari M.T. & Dafalias Y.F.: A critical state two-surface plasticity model for sands, *Geotechnique*, **1997.**, 47, 255-72.
- [15] Scarpelli G., Sakellariadi E. & Fruzzetti V.M.E.: The dilatant behaviour of overconsolidated clays, Paper presented at the *Deformation Characteristics of Geomaterials*, **2003.**, Lyon, France. 451-458.
- [16] Jefferies M.G. & Been K.: *Soil Liquefaction: A critical state approach*. Taylor and Francis, Abingdon, **2006**.

- [17] Shuttle D.A. & Cunning J.: Liquefaction potential of silts from CPTu, *Canadian Geotechnical Journal*, **2007.**, 44(1), 1-19.
- [18] Wride C.E., Hofmann B.A., Sego D.C., Plewes H.D., Konrad J.M., Biggar P.K., Robertson P.K. and Monahan P.A.: Ground sampling program at the CANLEX test sites, *Canadian Geotechnical Journal*, **2000.**, 37(3), 530-542.
- [19] Robertson P.K.: Interpretation of cone penetration tests – a unified approach, *Canadian Geotechnical Journal*, **2009.**, 46(11), 1337-1355.

STATE PARAMETER FOR DESCRIBING STRESS-STRAIN BEHAVIOUR OF SOIL

Summary: *This paper presents the state parameter approach in constitutive modeling of soils within the framework of critical state soil mechanics. It has been shown that the state parameter, representing the difference between the current void ratio and the critical state void ratio corresponding to the current mean normal stress, is an effective parameter for describing the stress-strain behaviour of soils. Constitutive models with the state parameter as an internal variable are simple, however they can capture details in soil stress-strain response. Also, the state parameter is more appropriate parameter to represent the in-situ state of sand than relative density.*

Keywords: *Soil, state parameter, constitutive model, critical state*