

УТИЦАЈ ИЗБОРА ПРОРАЧУНСКОГ ДИЈАГРАМА ЧЕЛИКА НА НОСИВОСТ АБ ПРЕСЈЕКА

Саша Татар¹

Радован Вукомановић²

Драган Зрнић³

УДК: 624.01.45.044

DOI:10.14415/konferencijaGFS 2016.013

Резиме: У раду је извршена анализа утицаја избора прорачунског дијаграма челика на количину потребне арматуре, односно носивости пресјека. Рад је базиран на Еврокоду за прорачун бетонских конструкција који даје могућност избора прорачунског дијаграма за арматуру између константног и билинеарног (са ојачањем). За потребе рада извршено је и експериментално испитивање узорака арматуре доступне на нашем тржишту (Б500) у циљу добијања реалних радних дијаграма и поређења њихових карактеристичних вриједности са препорученим у правилнику. Поређење носивости пресјека и потребне количине арматуре је извршено на конкретним бројним примјерима за једноструко и двоструко армиране пресјеке. На основу тога, изведени су одређени закључци о утицају избора прорачунског дијаграмима арматуре на рачунску носивост пресјека, као и оправданост примјене прорачунског дијаграма са ојачањем, у односу на класични дијаграм.

Кључне речи: Армирани бетон, носивост пресјека, Еврокод, радни дијаграм челика, РДЧ

1. УВОД

Као полазни елементи при прорачуну армирано-бетонских (АБ) пресјека у свим прописима се предлажу одговарајући прорачунски дијаграми бетона и арматуре. У овом раду извршена је анализа прорачуна АБ елемената у зависности од избора прорачунског дијаграма челика. Као новина у односу на Правилник за бетон и армирани бетон (ПБАБ '87), у Еврокоду за прорачун АБ конструкција (ЕС2), дата је могућност избора прорачунског дијаграма челика између билинеарног са константним или косим краком након достизања границе течења, односно, дијаграма без ојачања, са неограниченом дилатацијом у арматури, и дијаграм са

¹ Саша Татар, дипл. инж. грађ., Универзитет у Бањој Луци, Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет, Војводе Степе Степановића 77/3, е – mail: sasa.tatar@aggfbl.org

² Радован Вукомановић, маст. инж. грађ., Универзитет у Бањој Луци, Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет, Војводе Степе Степановића 77/3, е – mail: rvukomanovic@aggfbl.org

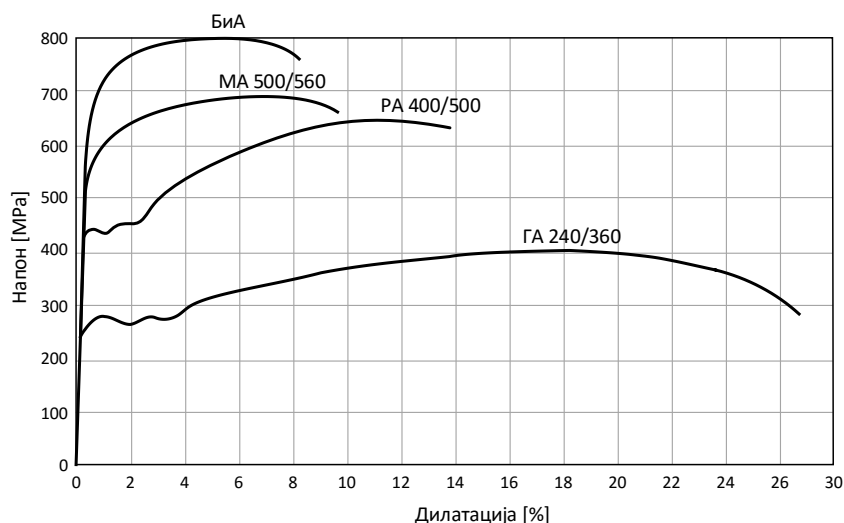
³ Драган Зрнић, дипл. инж. грађ., Универзитет у Бањој Луци, Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет, Војводе Степе Степановића 77/3, е – mail: dzmic@aggfbl.org

ојачањем са дефинисаном максималном дилатацијом у арматури. Детаљно је описан алгоритам прорачуна и изведени су математички обрасци за оба радна дијаграма у случају прорачуна елемената напрегнутих савијањем, у случају једноструко и двоструко армираних „Т“ и правоугаоних пресјека. На крају је табеларно дата анализа на конкретним бројним примјерима са поређењем разлика у носивости односно потребној количини арматуре у зависности од усвојеног прорачунског дијаграма челика.

2. ДИЈАГРАМ НАПОН-ДИЛАТАЦИЈА ЗА ЧЕЛИК

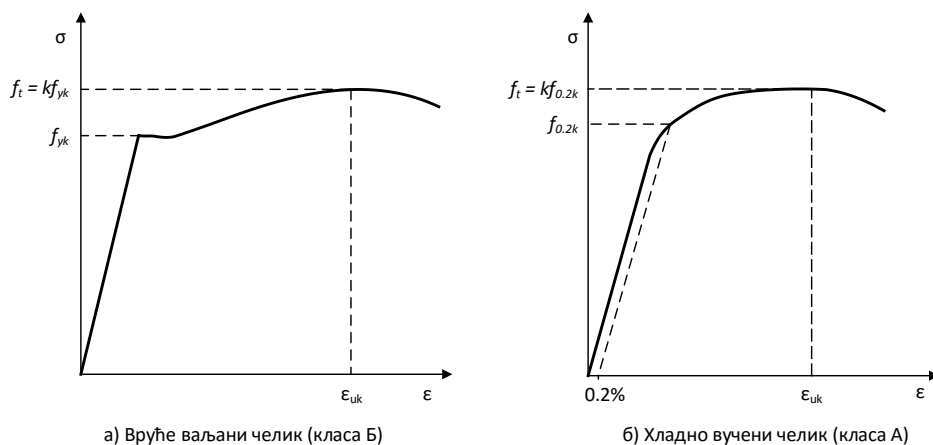
Типичан дијаграм напон-дилатација при затезању за челике различитог квалитета приказан је на слици 1. Почетни дио дијаграма, за стање мањег напрезања је права линија код свих врста челика, и представља подручје еластичности.

За вруће ваљане бетонске челике (ГА и РА, класа Б према ЕС2) јасно је изражена линеарност на дијаграму напон-дилатација све до границе развлачења, f_{yk} према, која се узима и као техничка граница еластичности – слика 2 а). То су врло жилави челици, код којих се достижу знатне дилатације при кидању (код глатких челика дилатација при кидању може достићи и 26 % – слика 1).



Слика 1 – Дијаграм напон – дилатација за различите врсте челика

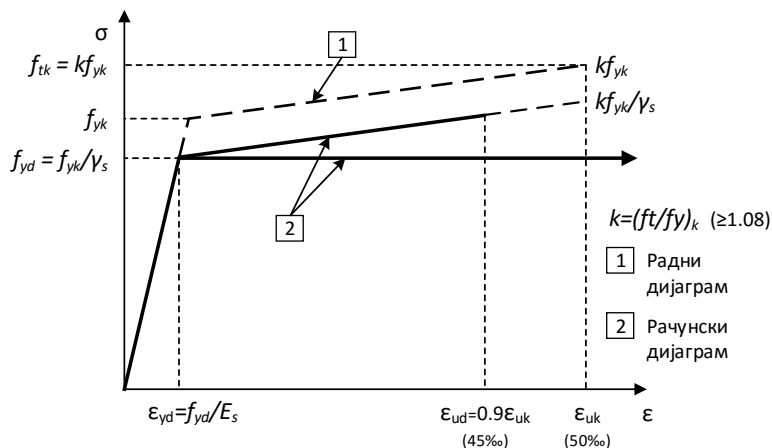
За хладно вучене челике (МА и БиА, класа А према ЕС2), граница развлачења није јасно изражена, па се стога дефинише конвенционална техничка граница развлачења $f_{0.2k}$ – слика 2 б). Она представља напон при ком заостала дилатација послје растерећења узорка износи 0,2%. Вриједност ϵ_{uk} на дијаграму представља дилатацију при којој је забиљежена максимална вриједност напона, а који ће бити од значаја за касније прорачуне помоћу дијаграма са ојачањем.



Слика 2 – Граница течења за а) вруће ваљани челик и б) хладно вучени челик

3. ПРОРАЧУНСКИ ДИЈАГРАМ ЧЕЛИКА

У области стања лома носача по арматури, напон у њој достиже границу развлачења f_{yk} , односно $f_{0.2k}$. Вриједности f_{yk} су дефинисане националним стандардима, а предвиђени распон према EC2 је $f_{yk} = 400 \div 600 \text{ MPa}$.



Слика 3 – Идеализовани и прорачунски дијаграм челика

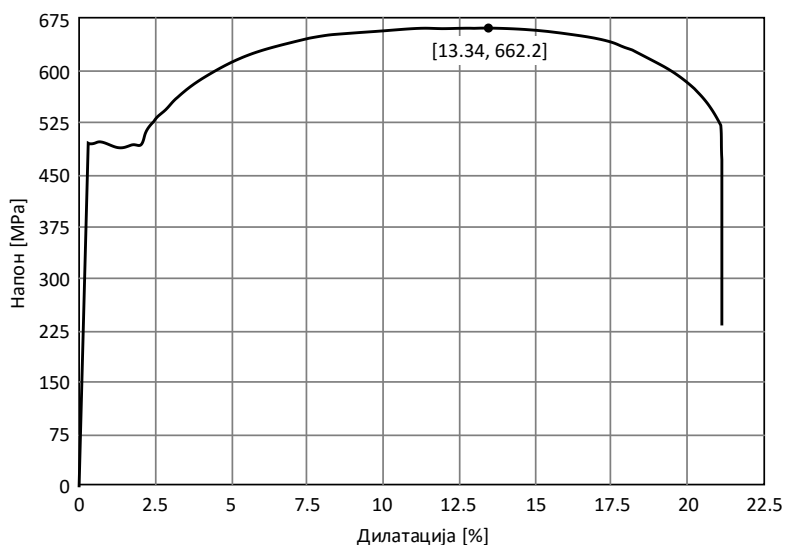
Као што је приказано на слици 3. дијаграм са хоризонталним горњим краком подразумева идеално еластично понашање челика све до границе течења, а по достизању ове границе, челик се даље понаша као идеално пластичан материјал. Вриједност напона f_{yd} представља прорачунску границу развлачења која се добија дијелењем карактеристичне вриједности са парцијалним коефицијентом сигурности за челик γ_s , који се за основне комбинације оптерећења усваја $\gamma_s = 1,15$.

Дијаграм са хоризонталним горњим краком може се дефинисати следећим изразима:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \varepsilon_s E_s & (\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}) \\ \sigma_s &= f_{yd} & (\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}) \end{aligned} \quad (1)$$

При чему је $\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$ – дилатација при напону течења. За вриједност модула еластичности препоручена је вриједност $E_s = 210 \text{ GPa}$.

За разлику од ПБАБ-а 87, Еврокод не ограничава максималну вриједност дилатација у арматури уколико се користи хоризонталан горњи крак на рачунском дијаграму челика. Овакву претпоставку можемо објаснити тиме што ће у ситуацијама када се из граничних услова лома добију велике дилатације у арматури, бити мјеродавни други гранични параметри за димензионисање, као што су услови употребљивости који се односе на допуштене угибе и ширине прслина.



Слика 4 – Експериментално добијени радни дијаграм челика (B500, $\phi 10\text{mm}$)

Уколико се при прорачуну користи горњи крак под нагибом, препоручује се ограничење дилатација $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$. Преко коефицијента k стандард ограничава однос максималног напона f_t и границе течења f_{yk} .

Дијаграм са косом горњом граном може се дефинисати следећим изразима:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \varepsilon_s E_s & (\varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd}) \\ \sigma_s &= f_{yd} + \frac{k f_{yd} - f_{yd}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd}} (\varepsilon_s - \varepsilon_{yd}) & (\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}) \end{aligned} \quad (0)$$

при чему k представља однос максималног напона и напона на граници течења ($k = \frac{f_{td}}{f_{yd}} = \frac{f_{tk}}{f_{yk}}$). На дијаграму су у заградама наведене препоручене (минималне)

вриједности параметара за класу челика Б (вруће ваљани челик) према Еврокоду, с тим да треба имати у виду да ове вриједности могу бити и вишеструко веће, што је

доказано и на експерименталном испитивању узорака (Слика 4), па би за прецизније прорачуне помоћу овог дијаграма било потребно од произвођача арматурног челика добити спецификацију са дефинисаним параметрима чврстоће и дилатацијама при којима су достигнуте.

4. РАДНИ ДИЈАГРАМ БЕТОНА

У овом раду биће кориштен дијаграм парабола-правац (Слика 5), који је према ЕС2 дефинисан следећим изразима:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] & (0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}) \\ \sigma_c &= f_{cd} & (\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}) \end{aligned} \quad (3)$$

ε_{c2} – дилатација при којој се остварује максимална вриједност напона у бетону (за класе бетона $\leq C50$: $\varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$),

ε_{cu2} – гранична дилатација при којој наступа лом бетона (за класе бетона $\leq C50$: $\varepsilon_{cu2} = 3.5\text{‰}$),

n – експонент, зависи од класе бетона (за класе бетона $\leq C50$, $n = 2$).

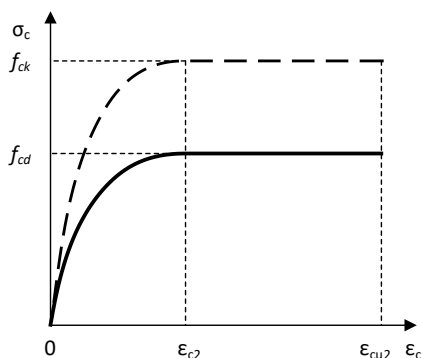
У претходном изразу f_{cd} представља рачунску чврстоћу бетона на притисак која се дефинише као:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3)$$

α_{cc} – коефицијент којим се узима у обзир негативан утицај дуготрајног оптерећења на чврстоћу бетона, као и начина наношења оптерећења (препоручена вриједност је $\alpha_{cc} = 1$),

f_{ck} – карактеристична чврстоћа бетона на притисак која одговара фрактилу 5% (највише 5% тестираних узорака може да има мању чврстоћу од одговарајуће класе бетона),

γ_c – парцијални фактор сигурности за бетон (за основне комбинације оптерећења усваја се $\gamma_c = 1.5$).



Слика 5 - Радни дијаграм бетона парабола-права

5. ПРОРАЧУН АБ ПРЕСЈЕКА ПРОИЗВОЉНОГ ОБЛИКА ПРЕМА ЕС2

За познате димензије пресјека и рачунски момент савијања M_{Ed} , прорачун се своди на следеће кораке:

1. Усвајају се карактеристичне чврстоће бетона и арматуре (f_{ck} , f_{yk}) и одговарајући парцијални коефицијенти сигурности за материјале (γ_s , γ_c и α_{cc}). У зависности од усвојене класе бетона, читавају се карактеристичне вриједности дилатација за бетон (ε_{cu2} и ε_{cu1}) на основу којих се дефинише рачунски дијаграм напон-дилатација за бетон у облику парабола-правац.

2. Претпоставља се положај неутралне осе x , на основу чега је одређен дијаграм дилатација (Слика 6б):

$$\varepsilon_c(y) = \varepsilon_{cu2} \frac{x - y}{x} \quad (4)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu2} \frac{d - x}{x} \quad (5)$$

3. Рачуна се резултантна сила притиска у бетону тако што се интеграле напони притиска по притиснутој површини бетона (слика 6а):

$$F_c = \int_{y=0}^{y=x} \sigma_c(y) \cdot b(y) dy \quad (6)$$

при чему је $b(y)$ функција која описује промјену ширине пресјека по висини (за правоугаоне пресјеке $b = const$), а зависност $\sigma_c(y)$ се добија уврштавањем израза (4) у израз (3).

Тачка дјеловања силе F_c може се одредити преко следећег израза:

$$y_{Fc} = \frac{\int_{y=0}^{y=x} \sigma_c(y) b(y) y dy}{F_c} \quad (7)$$

За прорачун горе наведених израза за произвољне попречне пресјеке најпогодније је користити неку од нумеричких метода.

4. Уз претпоставку да се тежиште затегнуте арматуре налази на растојању $d = 0,9h$ од притиснуте ивице бетона, добија се да је крак унутрашњих сила (Слика 6г):

$$z = d - y_{Fc} \quad (8)$$

на основу чега се може израчунати момент носивости пресјека:

$$M_{Rd} = F_c \cdot z \quad (9)$$

Уколико је $M_{Rd} > M_{Ed}$, усваја се плићи положај неутралне осе, тј. умањује се x , односно уколико је $M_{Rd} < M_{Ed}$, x се повећава. За нову вриједност x понављају се претходна три корака, док се не добије $M \cong M_{Ed}$ уз задовољавајућу прецизност.

5. На основу израза (5) рачунају се дилатације (ϵ_s) у арматури. У зависности од усвојеног рачунског дијаграма за челик, на основу израза (1) односно (2) добија се и напон (σ_s). Коначно, из услова равнотеже нормалних сила:

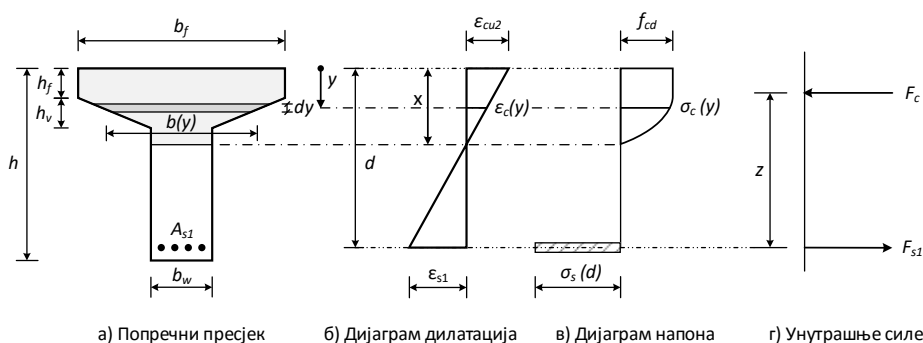
$$\sum N = 0: F_c = F_{s1} \quad (10)$$

потребна количина арматуре добија се преко израза:

$$A_{s1} = \frac{F_c}{\sigma_s(d)} \quad (11)$$

$\sigma_s(d)$ рачуна се према изразу (1), односно (2), у зависности од усвојеног радног дијаграма челика.

6. Усваја се распоред шипки и рачуна њихово тежиште. У случају већег одступања од претпостављене вриједности d , поступак се понавља за нову вриједност d .



Слика 6 - Једнострано армирани Т пресјек са вутама оптерећен на савијање

Да би се обезбиједила довољна способност ротације пресјека (нарочито код статички неодређених носача) потребно је ограничити релативну висину притиснуте зоне (x/d). Ова граница зависи од класе бетона и од дуктилности челика. Према ЕС2 дате су граничне вриједности релативне висине притиснуте зоне (x/d) из којих слиједи и одговарајућа вриједност момента савијања до које се пресјек може армирати једностраном арматуром.

Код примјене теорије еластичности и гдје није извршена прерасподјела момената савијања:

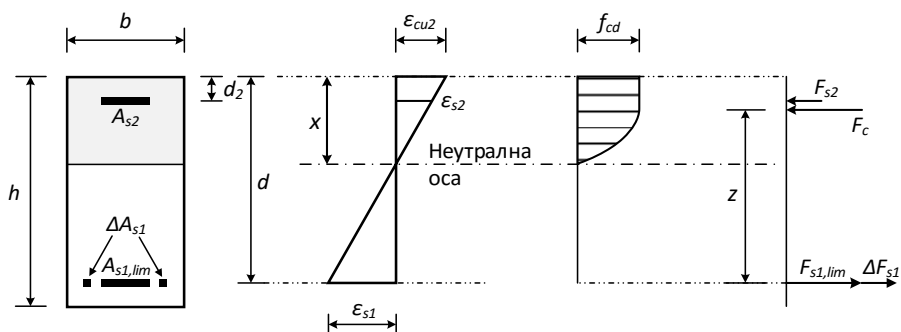
- $x/d \leq 0,45 \rightarrow x_{lim} = 0,45d$ за класе бетона $\leq C50/60$
 - $x/d \leq 0,35 \rightarrow x_{lim} = 0,35d$ за класе бетона $\geq C55/67$
- (12)

Код примјене теорије пластичности без посебног доказа способности ротације пресјека:

- $x/d \leq 0,25 \rightarrow x_{lim} = 0,25d$ за класе бетона $\leq C50/60$
 - $x/d \leq 0,15 \rightarrow x_{lim} = 0,15d$ за класе бетона $\geq C55/67$
- (13)

Из тог разлога за почетну претпоставку положаја неутралне осе x у дугом кораку може се усвојити x_{lim} , у зависности од усвојене класе бетона и примијењене теорије.

У случајевима када су димензије попречног пресека ограничене, а при том се не може повећати квалитет бетона, може се јавити случај да једноструко армиран пресјек није у стању да прими гранични момент савијања уз задовољење претходно наведених критеријума. Тада се раде двоструко армирани пресјаци, код којих се пројектује арматура A_{s2} у притиснутој зони пресека, слика 7. У наставку описани поступак је примјенљив на било који облик пресека, али је једноставности ради на слици приказан правоугаони пресјек.



а) Попречни пресјек б) Дијаграм дилатација в) Напони у бетону г) Унутрашње силе

Слика 7 – Примјер двоструко армираног пресека

Додатна арматура у притиснутој зони захтјева и додатну затегнуту арматуру ΔA_{s1} , како би услови равнотеже нормалних сила били задовољени. Ако са $M_{Ed,lim}$ означимо граничну вриједност момента савијања коју може да прихвати једноструко армиран пресјек за најнижи допуштени положај неутралне осе, тада је:

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Ed,lim} \quad (14)$$

при чему се вриједност $M_{Ed,lim}$ добије пратећи кораке дефинисане за прорачун једноструко армираних пресека када се усвоји $x = x_{lim}$ према изразу (12).

Разлика момената ΔM се прихвата спрегом унутрашњих сила F_{s2} и ΔF_{s1} , односно притиснутом и додатном затегнутом арматуром. На основу познатих дилатација и претпостављених положаја тежишта притиснуте и затегнуте арматуре (d_2 и d), према изразу (1), односно (2), у зависности од усвојеног рачунског дијаграма челика, могу се израчунати напони у арматури. Обично се усваја $d_2 = 0,1h$.

За познате напоне, потребна површина притиснуте арматуре одређује се из израза:

$$A_{s2} = \frac{\Delta M}{\sigma_s(d_2)(d - d_2)} \quad (15)$$

Из услова равнотеже унутрашњих хоризонталних сила ($F_{s2} = \Delta F_{s1}$), потребна додатна затегнута арматура је:

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta M}{\sigma_s(d)(d - d_2)} \quad (16)$$

$\sigma_s(d)$ и $\sigma_s(d_2)$ рачунају се према изразу (1), односно (2), у зависности од усвојеног радног дијаграма челика.

Коначно, укупна површина затегнуте арматуре одређује се као:

$$A_{s1} = A_{s1,lim} + \Delta A_{s1} \quad (17)$$

6. БРОЈНИ ПРИМЈЕРИ

За огледни примјер кориштен је пресјек димензија $b/h=30/60$ cm, са заштитним слојем од 3 cm, класом бетона **C30/37** и узенгијама $\phi 10$ mm. Прво је према претходно изложеном поступку извршен прорачун потребне количине арматуре за три различите вриједности рачунског момента савијања (M_{Ed}), и то 240, 390 и 600 kNm. У примјеру број 4 повећана је класа бетона на **C60/75**, у односу на други примјер. Резултати су презентовани у табели 1, гдје се јасно виде процентуалне разлике (ΔA_s), у зависности од прорачунског дијаграма челика који је кориштен. За примјер број 3 изабрана је вриједност момента савијања за коју је потребно двоструко армирање, па је укупна количина арматуре приказана као збир притиснуте и затегнуте арматуре. Вриједности добијене употребом прорачунског дијаграма челика са ојачањем означене су звјездицом. Највеће разлике потребне површине арматуре добијене су за први и четврти примјер, и то од 2,19, односно 1,92%. Најмања разлика је у случају двоструко армираног пресјека, 0,31%.

Табела 1 – Процентуалне разлике у потребној количини арматуре

Примјер	1	2	3	4
Класа бетона	C30/37	C30/37	C30/37	C60/75
M_{Ed} [kNm]	240	390	600	390
$A_{s,pot}$ [mm ²]	1106.67	1913.61	358.40+3110.77	1776.08
$A_{s,pot}^*$ [mm ²]	1082.42	1896.61	358.03+3100.41	1741.92
$\Delta A_{s,pot}$ [%]	2.19	0.89	0.31	1.92

* Вриједности добијене уз употребу РДЧ са ојачањем.

Након усвајања арматуре на основу претходних резултата, извршен је прорачун носивости пресјека (M_{Rd}) и остварених дилатација у првом реду затегнуте арматуре (ϵ_{s1}). Резултати су приказани у табели 2, заједно са процентуалним разликама носивости ΔM_{Rd} . Употребом РДЧ са ојачањем, добијене су нешто веће носивости пресјека заједно са нешто мањим дилатацијама у арматури, у поређењу

са класичном методом прорачуна, гдје се ојачање челика након достизања границе течења занемарује.

Табела 2 – Процентуалне разлике у носивости пресејка

Примјер	1	2	3	4
Класа бетона	C30/37	C30/37	C30/37	C60/75
A_{s1} [mm^2]	1134.11	1963.5	3097.61	1963.5
A_{s2} [mm^2]	0	0	567.06	0
M_{Rd} [kNm]	250.63	404.98	598.79	434.41
ε_{s1} [%оо]	15.48	7.4	5.44	12.51
M_{Rd}^* [kNm]	255.58	407.92	601.1	441.16
ε_{s1}^* [%оо]	15.08	7.31	5.39	12.25
ΔM_{Rd} [%]	1.98	0.73	0.39	1.55

* Вриједности добијене уз употребу РДЧ са ојачањем.

Као и у случају потребне количине арматуре, највеће процентуалне разлике у носивости добијене су у првом и четвртном примјеру, 1,98 односно 1,55%, гдје су остварене и највеће дилатације у арматури, 15,08 и 12,25% респективно. Најмања разлика је у случају двоструко армираног пресејка, свега 0,39%.

7. ЗАКЉУЧАК

На основу презентованих резултата, очигледно је да проценат уштеде арматуре првенствено зависи од остварених дилатација у арматури. С обзиром да су при прорачуну греда на савијање дилатације у арматури ограничене и условима употребљивости, максимална процентуална разлика у количини арматуре која се може остварити је око 3% (при дилатацијама у арматури од око 20%).

Врло мала разлика потребне површине арматуре која се направи кориштењем РДЧ са ојачањем не оправдава кориштење много комплекснијег алгоритма за прорачун, с обзиром да се већа разлика у количини арматуре направи при усвајању шипки, него због примјене РДЧ без ојачања.

Примарни разлог увођења РДЧ са ојачањем у Еврокод јесте прецизнији прорачун челичних и спрегнутих конструкција према теорији граничних стања, док код армирано-бетонских елемената та разлика није значајна.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Еврокод 2: Прорачун бетонских конструкција* - Део 1-1: Општа правила и правила за зграде, Фонд за европске интеграције, Београд, **2006**.
- [2] *Бетон и армирани бетон према БАБ 87* - Део 1: Основе прорачуна и конструисања, Универзитетска штампа, Београд, **2000**.
- [3] Најдановић, Д.: *Бетонске конструкције*, Орион Арт, Београд, **2006**.

- [4] Chandrasekaran, S., Nunziante, L., Serino, G., Carannante, F.: Curvature Ductility of RC Sections Based on Eurocode: Analytical Procedure. *KSCE Journal of Civil Engineering*, **2011.**, бр.15-1, стр. 131-144.
- [5] A. W. Beeby, R. S. Narayanan: Designers' Guide to Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Thomas Telford Limited, London, **2005.**

EFFECT OF STRAIN HARDENING ON REINFORCED CONCRETE SECTION STRENGTH UNDER BENDING

Summary: This paper analyses the influence of strain hardening on the amount of calculated reinforcement steel and section strength. It is based on the Eurocode for design of concrete structures which offers the choice between a bi-linear design stress-strain curve with a horizontal or an inclined top branch accounting for the strain-hardening effect. For this paper, a sample of a locally available reinforcement steel (B500) has been tested in order to compare its characteristics to the values specified in the code. A comparison of section strength and calculated steel area was made for specific examples of singly and doubly reinforced sections. Based on these examples, certain conclusions were drawn about the effect of strain hardening on section strength and calculated steel area, as well as the feasibility of the corresponding stress-strain diagrams, compared to the traditional ones, where strain hardening is ignored.

Keywords: Reinforced concrete, section strength, Eurocode, design stress-strain diagram, strain hardening